1 Auswertung

1.1 Rauschen eines bipolaren Transistors

Die Rauschzahl F eines bipolaren Transistors wurde als Funktion von Kollektorstrom I_C, Generatorinnenwiderstand R_g bzw. Frequenz f bestimmt. Speziell wurden gemessen :

- $F(I_C)$ bei $R_g = 1, 10, 33, 100 k\Omega$
- $F(R_g)$ bei $I_C = 0,1 mA$
- $F(f)$ bei $I_C = 1mA$ und $R_g = 33k\Omega$

Die Ergebnisse sind in den entsprechenden Diagrammen dargestellt. Man erkennt, daß sich das Rauschen des Transistors durch geeignete Wahl des Arbeitspunktes durchaus dramatisch reduzieren läßt. Wenngleich die Messung der Frenquenzabhängigkeit relativ ungenau war, ist der Darstellung von $F(f)$ zu entnehmen, daß das - für Halbleiterbauelemente durchaus typische - $\frac{1}{f}$-Rauschen bis zu ca. $1kHz$ überwiegt.

1.2 Messungen zum Korrelationsverfahren

1.2.1 Autokorrelation eines Sinussignales

Für ein Sinussignal der Frequenz $f = 1kHz$ wird die Autokorrelationsfunktion gebildet und auf dem X-Y-Schreiber aufgezeichnet. Im Skript wurde bereits berechnet, daß die Autokorrelationsfunktion von

$$f(t) = A \sin \omega t \text{ gerade } k(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos \omega\tau$$

beträgt, so daß ein τ_{max} von $5 \cdot \frac{1}{f} = 5ms$ notwendig ist, um 5 Perioden der Schreiberkurve zu erhalten. Die Abschwächung durch den Tiefpaß ($RC = 1s$) soll dabei kleiner sein als 1%; für seine Übertragungsfunktion $H(\omega) = \frac{1}{1+i\omega RC}$ muß daher gelten:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 (RC)^2}} > 0,99,$$

was auf $\omega < 0,1425 s^{-1}$ führt, so daß die Rampzeit größer sein muß als $5 \cdot \frac{2\pi}{0,1425 s^{-1}} \approx 220s$. Tatsächlich wurde eine Rampzeit von $320s$ gewählt.

1.2.2 Zusammenhang zwischen Meßzeit und Integrationszeit

Mit dem Sinussignal aus 1.2.1 wird der Einfluß des Tiefpasses auf Amplitude und Phase des Ausgangssignales in Abhängigkeit von der Rampzeit (Meßzeit) untersucht (siehe entsrechendes Diagramm). RC und τ_{max} wurden dabei wie oben gewählt. In zwei weiteren Diagrammen sind Amplitude und Phase[1] der Meßkurve als Funktion der Frequenz $f = \frac{5}{\text{Rampzeit}}$ aufgetragen. Dies sind im wesentlichen Darstellungen von Betrag und Argument der komplexen Übertragungsfunktion $H(\omega)$ des Tiefpasses. Man erkennt, daß im folgenden die Rampzeit groß genug (z.B. $320s$) gewählt werden sollte, um die Meßergebnisse nicht zu verfälschen.

1.2.3 Autokorrelationsfunktion von Rauschen

Weißes Rauschen wird vor Bildung der Autokorrelationsfunktion über einen RC- bzw. einen scharf begrenzenden Tiefpaß geführt. Die Übertragungsfunktion desselben ist proportional zur spektralen Leistungsdichte des Rauschens an dessen Ausgang. Da die Autokorrelationsfunktion eines Signales die Fouriertransformierte der spektralen Leistungsdichte ist[2], erwartet man im Falle des RC-Tiefpasses $k(\tau) \sim e^{-\omega_g \tau}$ mit $\omega_g = \frac{1}{RC}$, im Falle des an der Frequenz f_g scharf begrenzenden Tiefpasses $k(\tau) \sim \frac{\sin(\omega_g \tau)}{\tau}$ mit $\omega_g = 2\pi f_g$.

Die entsprechenden Autokorrelationsfunktionen wurden per X-Y-Schreiber aufgezeichnet, $k(\tau)$ des RC-Tiefpasses wurde zusätzlich auf Lin.-log.-Papier aufgetragen, so daß sich aus der Steigung der (idealtypisch) entstehenden Geraden ω_g ermitteln läßt:

$$\omega_g = (2460 \pm 280)s^{-1}$$

und damit $RC = \frac{1}{\omega_g} = (4.07 \pm 0.46) \cdot 10^{-4}s$.

Der theoretische Wert liegt bei ca. $RC = 1003\Omega \cdot 44,22nF \approx 4.44 \cdot 10^{-5}s$ (!), also nur etwa 10% des gemessenen Wertes. Falls ich keinen dubiosen Rechenfehler gemacht habe (Faktor 10 ?) wäre es möglich, daß eventuell ein Wert (R, C, τ_{max}) falsch notiert wurde.

Für den scharf begrenzenden Tiefpass ergab sich aus dem Diagramm für die doppelte Periodendauer der Meßkurve $2T = (1.265 \pm 0.033)ms$, so daß

$$\begin{aligned} f_g &= \frac{2}{(1,265 \pm 0,033)ms} \\ &= (1.581 \pm 0.041)kHz \end{aligned}$$

Der theoretische Wert liegt allerdings bei $1,400kHz$.

[1] Die Phase für die Rampzeit $320s$ wurde dabei im Rahmen der Meßgenauigkeit als $0°$ angenommen.

[2] Wiener-Theorem

1.2.4 Rauschbefreiung durch Autokorrelation

Einem Sinussignal mit $(0,315 \pm 0.001)V_{rms}$ wird Rauschen von $(0,50 \pm 0,01)V_{rms}$ bzw $(1,00 \pm 0,01)V_{rms}$ überlagert[3], anschließend wird die Autokorrelationsfunktion gebildet. Da für kleine τ die sehr schnell abfallende Autokorrelationsfunktion des Rauschens dominiert, ist die Kurve zu Beginn sehr langsam zu durchfahren, um eine Dämpfung durch den Tiefpaß zu vermeiden. RC beträgt $2,2s$ wird jedoch nach 2 Perioden der Schreiberkurve auf $470ms$ und nach weiteren 2 Perioden auf $100ms$ geschaltet, womit die Integrationszeit der Autokorrelationsschaltung und damit die Effizienz der Rauschbefreiung vermindert wird.

Aus den Diagrammen ist jeweils das Verhältnis der RMS-Werte für Rausch- und Sinussignal zu ermitteln. Die Maxima der Autokorrelationsfunktion des Sinus bei ganzzahligen Vielfachen der halben Periodenlänge sowie das Maximum der Autokorrelationsfunktion des Rauschens bei $\tau = 0$ sind proportional zum Quadrat des jeweiligen RMS-Wertes, so daß sich für das schwächere Rauschen ein Verhältnis von

$$\sqrt{\frac{(3.3 \pm 0.3)}{(10.5 \pm 0.1)}} = 0,561 \cdot \left(1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{0.3}{3.3}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{10.5}\right)^2}\right) = 0.561 \pm 0.026$$

ergibt. Der eingestellte Wert betrug $\frac{0.315 \pm 0.001}{0.50 \pm 0.01} = 0.630 \pm 0.013$.

Für das $1V_{rms}$-Rauschen ergibt sich :

$$\sqrt{\frac{(1.2 \pm 0.1)}{(11.7 \pm 0.1)}} = 0.320 \pm 0.013$$

Der eingestellte Wert betrug hier $\frac{0.315 \pm 0.001}{1.00 \pm 0.01} = 0.3150 \pm 0.0033$

1.2.5 Impulsantwort eines LC-Kreises

Ein LC-Kreis wird mit weißem Rauschen angeregt. Die Kreuzkorrelation von Ausgangs- und Eingangssignal ergibt die Impulsantwort des Systems (hier: gedämpfte Schwingung). Aus der entsprechenden Meßkurve lassen sich Dämpfungskonstante und Resonanzfrequenz ermitteln.

Für die 6fache Periodendauer liest man ab: $6T = (3,075 \pm 0,031)ms$, so daß

$$\begin{aligned} f_{res} &= \frac{6}{(3.075 \pm 0.031)ms} \\ &= (1950 \pm 20)Hz \end{aligned}$$

Zur Bestimmung der Dämpfungskonstanten wurden die Amplituden der Maxima gegen τ auf Lin.-log.-Papier aufgetragen. Aus dieser Darstellung ergibt sich:

$$\delta = (683 \pm 40)s^{-1}$$

[3] beide Signale sind dabei nach der Verzögerungsleitung zu messen

1.2.6 Laufzeitbestimmung eines akustischen Rauschsignals

Über den Lautsprecher wird ein hörbares Rauschen abgestahlt, welches vom in $2,35m$ Entfernung angebrachten Mikrofon empfangen wird. Durch Kreuzkorrelation des empfangenen Signals mit dem Signal des Rauschgenerators ergibt sich wieder die Impulsantwort des Systems, aus der sich die Laufzeit des Signals ermitteln läßt. Dabei ist zu beachten, daß die $1ms$-Verzögerungsleitung nicht benutzt wurde, d.h. der (graphische) Nullpunkt der Meßkurve entspricht $\tau = 1ms$. Es ergibt sich eine Laufzeit von $(6.876 \pm 0.091)ms$, was einer Schallgeschwindigkeit von $c = \frac{(2,35\pm0,02)m}{(6.876\pm0.091)ms} = (341,8 \pm 5.4)\frac{m}{s}$ entspricht.

1.3 Messungen zum Lock-in-Verfahren

1.3.1 Rauschbefreiung durch Lock-in

Einem Sinussignal von $0,1V_{rms}$ und $f = 1kHz$ wird ein Rauschsignal von $0,4V_{rms}$ überlagert. Am Ausgang des Linear Gates wird das RMS-Voltmeter angeschlossen. Es mißt dort das noch vorhandene Rauschsignal für Frequenzen oberhalb $1Hz$. Die Integrationszeit wird zwischen 1 und $100ms$ verändert und die verbleibende Rauschamplitude gemessen.

Das Verhältnis des SNR am Eingang zum SNR am Ausgang wurde in Abhängigkeit von der reziproken Integrationszeit im doppeltlog. Maßstab dargestellt (siehe entsprechendes Diagramm).

1.4 Messungen zum Boxcar-Integrator

1.4.1 Reproduzierung von Signalen

Bei $f = 800Hz$, TIME BASE $= 2ms$, READ OUT $= 50s$, PULSE WIDTH $= 10\mu s$, TIME CONSTANT = SHORT und den Zeitfunktionen Sinus, Rechteck und Dreieck (Signalspannung $0,1V_{rms}$) wurde auf dem X-Y-Schreiber die Zeitfunktion für verschiedene RC registriert. RC muß dabei klein genug sein, damit die Eingangssignale korrekt reproduziert werden[4].

1.4.2 Rauschbefreiung durch den Boxcar-Integrator

Ein Sinussignal von $0,1V_{rms}$ und ein Rauschsignal von $0,3V_{rms}$ werden addiert. Bei einer Readout-Zeit von $100s$ ist das Signal jeweils bei SHORT und LONG und bei den RC-Zeiten $100ms$ und $1s$ aufzuzeichnen.

[4] Für eine genauere Analyse müßte man die Fourierspektren der entsprechenden Signalformen betrachten und dafür sorgen, daß - für die Ausbildung von scharfen Kanten notwendige - hochfrequente Anteile nicht durch den Tiefpaß blockiert werden.

Bei $RC = 1s$ ist der Rauschanteil jeweils deutlich geringer als bei $RC = 100ms$. Dies ist aber klar, da $\omega_g = \frac{1}{RC}$ für größeres RC sinkt und damit eine größere Bandbreite des Rauschens unterdrückt wird.

Andererseits trägt auch der Haltekondensator zur Rauschunterdrückung bei: In Stellung LONG ist der Rauschanteil deutlich gerimger als in Stellung SHORT, da durch die längere Abtastdauer eine zusätzliche zeitliche Mittelung des Signals stattfindet.

1.4.3 Einfluß der Samplepulsbreite und der RC-Zeit

Bei $800Hz$-Rechteck, TIME CONSTANT = $1ms$, READOUT = $50s$ wurde bei SHORT und LONG bei den Pulsbreiten $1\mu s$, $10\mu s$, $100\mu s$ und $200\mu s$ das Rechtecksignal auf ein Blatt registriert. Ferner wurde für die Einstellungen SHORT, READOUT = $50s$, PULSE WIDTH = $10\mu s$ und für die TIME CONSTANT = $100ms$ bzw. $1s$ ebenfalls die Rechteckfunktion registriert.

Zunächst wirkt die Pulsbreite als Phasenschieber : $\Delta\phi \sim \Delta$Pulsbreite.

Ist die Pulsbreite zu gering, so kann der Haltekondensator nicht voll aufgeladen werden, es entsteht ein Bild wie das zu PULSE WIDTH = $1\mu s$, LONG gehörige. Ist die Pulsbreite hingegen zu groß, so werden die Sprünge der Rechteckfunktion stark verwischt (z.B. PULSE WIDTH = $200\mu s$, LONG). Bei einer Pulsbreite von $10\mu s$ scheint ein recht guter Kompromiß zwischen beiden Fällen vorzuliegen. Wählt man den kleinen Haltekondensator (SHORT), so ist hat die Samplepulsbreite einen wesentlich geringeren Einfluß auf die Signalform.

Der Einfluß der RC-Zeit wurde oben bereits erwähnt: Werden (bei großer RC-Zeit) die hohen spektralen Anteile des Signals stark gedämpft, so führt dies zu einer "Aufweichung" der Rechteckkanten, wie bei $RC = 1s$ zu sehen.

1.5 Zusatzaufgabe

Ideales weißes Rauschen ergibt bei Autokorrelation einen δ-Peak. Ist R ausreichend groß, so überwiegt das annähernd weiße thermische Rauschen ($\overline{u_r^2} = 4k_BTR\Delta f$), entsprechend wird die $100k\Omega$ Kurve für kleine τ von einem starken Peak dominiert. Dagegen dominiert für $R = 150\Omega$ das $\frac{1}{f}$-Rauschen des Transistors, wodurch die Autokorrelationsfunktion keinen δ-Peak aufweist.