1 Auswertung

1.1 Zusammenhang zwischen durchlaufenen Ordnungen und Elektronendichte

Für die Zahl der bei der Rekombination des Plasmas der Länge x durchlaufenden Interferenzordnungen gilt

$$N = -\frac{x}{\lambda}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Hierbei ist $\omega_p = \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}$ die Plasmafrequenz. Durch Elimination von ω_p erhält man[1]:

$$\begin{aligned} n_e &= -\frac{\epsilon_0 m_e \lambda \omega^2}{e^2 x} N \\ &= C \cdot N \end{aligned}$$

wobei

$$C = -\frac{3,2874 \cdot 10^{20}}{(29,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}} m^{-3} = -(1,134 \pm 0,020) \cdot 10^{21} m^{-3}.$$

Hierbei wurde für x der Mittelwert der drei gemessenen Plasmalängen eingesetzt.

1.2 Darstellungen der Meßwerte

1.2.1 $N(\overline{U_{pp}})$

Die *Diagramme 1* und *1a* stellen die Zahl N der gezählten Maxima als Funktion des Mittelwertes der für jeden Entladestrom drei mal gemessenen Spitzenwerte der bei der Entladung über dem Widerstand $R_e = 0,25\Omega$ abfallenden Spannung dar. Es besteht näherungsweise ein linearer Zusammenhang.

Als Fehler der Spannungen wurde dabei jeweils die Standardabweichung der drei Meßwerte angesetzt, während $\Delta N = \pm 2$ die große Unsicherheit beim Abzählen der durchlaufenen Ordnungen repräsentiert.

1.2.2 $n_e(I)$

Unter Berücksichtigung des $20dB$-Abschwächers und des Widerstandes $R_e = 0,25\Omega$ läßt sich die Abszissenachse der Diagramme auf den Entladestrom umskalieren:

$$I = \frac{10}{0,25\Omega} \cdot U = 40\Omega^{-1} \cdot U$$

[1] Hierbei ist die Zahl der (rücklaufenden) Interferenzordnungen mit einem negativen Vorzeichen zu versehen.

Mit Hilfe der oben abgeleiteten Proportionalität zwischen n_e und N wurde n_e als Funktion des Entladestromes I dargestellt (*Diagramme 2* und *2a*).

Während sich der Fehler von I einfach durch Umskalierung der Fehler von U ergeben[2], muß bei der Elektronendichte der Fehler der Proportionalitätskonstanten C berücksichtigt werden:

$$\Delta n_e = n_e \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2}$$

1.2.3 $(1-n)(I)$

Mittels der für den Brechungsindex n geltenden Beziehung $1 - n = \frac{1}{2}\frac{\omega_{p2}}{\omega^2} = \frac{\lambda}{2x}N$ läßt sich ferner $1-n$ als Funktion des Entladestromes darstellen (*Diagramme 3* und *3a*).

Hierbei errechnet sich der relative Fehler von $1-n$ aus den relativen Fehlern der Plasmalänge x sowie der Zahl der Maxima N:

$$\Delta(1-n) = (1-n) \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2}$$

Dabei wurden für x und Δx die für die jeweilige Plasmaröhre geltenden Werte eingesetzt.

Unter Annahme einer Proportionalität von $1-n$ und Druck p lassen sich die Meßwerte der Xe-Röhren durch Multiplikation mit $\frac{1}{0{,}96}$ ($0,96mbar$-Röhre) bzw. $\frac{1}{2.559}$($1,92Torr = 2,559mbar$-Röhre) auf den Druck $p = 1mbar$ umskalieren. Die errechneten Punkte sollten dann etwa auf einer Geraden liegen. Jedoch liegen die urprünglich von der $1,92Torr$-Röhre herrührenden Meßpunkte sämtlich unterhalb, die von der $0,96mbar$-Röhre stammenden Punkte oberhalb der Fitgeraden - ein Indiz, daß sich die angenommene Proportionalität nicht mit der Realität deckt.

1.3 Ionisationsgrad

Die Teilchenzahldichte eines idealen Gases ergibt sich aus der allgemeinen Gasgleichung zu

$$n = \frac{p}{kT}$$

Hierbei ist k die Boltzmannkonstante und $T = (295 \pm 2)K \approx (22 \pm 2)°C$ die geschätzte bei der Versuchsdurchführung herrschende Zimmertemperatur.

Die Ausgleichgeraden der *Diagramme 2* und *2a* wurden bis zu einem Entladestrom von $I = 600A$ extrapoliert, um für die Xe- und He-Röhren eine Vergleichsbasis zu erhalten. Mit den aus den Diagrammen bei $I = 600A$ abgelesenen Werten

[2] unter Vernachlässigung der Fehler des Abschwächungsfaktors und des Widerstandes, die klein gegenüber dem Fehler der Spannung sind.

der Elektronendichte n_e folgt für den Ionisationsgrad unter Annahme einfacher Ionisation:

$$f = \frac{n_e}{n}$$

Der Fehler von n_e wurde dabei jeweils aus den Diagrammen abgelesen.

1.3.1 $Xe\ 0,96mbar$

$$n = \frac{0,96mbar}{k \cdot (295 \pm 2)K} = (2,375 \pm 0,016) \cdot 10^{22} m^{-3}$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{(16,0 \pm 3,5) \cdot 10^{20}}{(2,375 \pm 0,016) \cdot 10^{22}} \\ &= 0,68 \cdot \left(1 \pm \sqrt{\left(\frac{3,5}{16}\right)^2 + \left(\frac{0,016}{2,375}\right)^2}\right) \\ &= 0,68 \pm 0,15 \end{aligned}$$

1.3.2 $Xe\ 1,92Torr$

$$n = \frac{2.259mbar}{k \cdot (295 \pm 2)K} = (6,283 \pm 0,043) \cdot 10^{22} m^{-3}$$

$$f = \frac{(25,0 \pm 3,5) \cdot 10^{21}}{(6,283 \pm 0,043) \cdot 10^{22}} = 0,398 \pm 0,056$$

1.3.3 $He\ 6,5Torr$

$$n = \frac{8,664mbar}{k \cdot (295 \pm 2)K} = (2,127 \pm 0,014) \cdot 10^{23} m^{-3}$$

$$f = \frac{(7,5 \pm 4,0) \cdot 10^{20}}{(2,127 \pm 0,014) \cdot 10^{23}} = 0,035 \pm 0,019$$

1.3.4 Zusammenfassung

Ionisationsgrad für einen Entladestrom von $I = 600A$:

	0,96mbar	2.599mbar	8.664mbar
Xe	$0,68 \pm 0.15$	0.398 ± 0.056	
He			0.035 ± 0.019

Offenbar hängt der Ionisationsgrad bei der hier vorliegenden Stoßionisation vom Druck des Gases ab. Ein Elektron kann nur dann durch Stoß ein Atom ionisieren, wenn es auf seiner freien Weglänge l mindestens dessen Ionisierungsenergie W_i aufnimmt:

$$eEl \geq W_i$$

Die *Ionisierungsfunktion*, d.h. die Wahrscheinlichkeit, daß ein Stoß zur Ionisation führt, ist eine Funktion des Verhältnisses $\frac{eEl}{W_i}$:

$$P_{Ion} = P\left(\frac{eEl}{W_i}\right)$$

Auf $1m$ Weg stößt das Elektron l^{-1} mal, erzeugt also $l^{-1} \cdot P_{Ion}$ Ionen/m. Nun ist $l \sim p^{-1}$, so daß das Ionisierungsvermögen

$$\gamma = pf\left(\frac{E}{p}\right)$$

Offenbar führte im Versuch die Verkürzung der mittleren, dem Elektron zur Beschleunigung zur Verfügung stehenden Weglänge (trotz der größeren Zahl der Stöße) zu einer Verringerung des Ionisierungsgrades beim Gas höheren Druckes.

Der erheblich kleinere Ionisierungsgrad bei der He-Röhre läßt sich einerseits auf diesen Einfluß zurückführen, zudem ist die Ionisierungsenergie beim He höher als beim Xe, so daß dieses Ergebnis qualitativ den Erwartungen entspricht.